

CAPITOLO 4

IL TRASPORTO SOLIDO

1. Criteri generali

Il ruolo del trasporto solido nel determinare i criteri di sistemazione fluviale è notevolissimo. Lo studio dei processi di erosione, trasporto e deposito dei sedimenti da parte di un corso d'acqua costituisce uno dei temi fondamentali dell'idraulica fluviale e, senz'altro, uno degli argomenti di frontiera nella ricerca applicata. Il meccanismo del trasporto solido condiziona i processi di dinamica piano altimetrica dei corsi d'acqua oltre alla morfodinamica costiera. Le conseguenze sono ingenti, dal punto di vista della stabilità delle opere in alveo e delle costruzioni rivierasche, dello sviluppo del paesaggio fluviale, della fruibilità socio economica dell'ambiente ripario e costiero.

A queste tematiche si aggiunge quella del materiale flottante trasportato dalla corrente in superficie. Si tratta di tronchi e altra materia rimossa dall'alveo, dalle sponde o ceduto alla corrente dai tributari. Questo tipo di carico solido è spesso ricordato per la potenziale capacità di interferire con le opere in alveo, pile di ponti, briglie, traverse fluviali e creare ammassi e grovigli inestricabili che, assai spesso, si trasformano in vere e proprie dighe. L'effetto di queste opere è dannoso per il rigurgito che vengono a creare, incrementando il rischio di esondazione a monte. Ma esiste un secondo effetto ancora, se possibile, più pericoloso. Si tratta dell'onda di crollo che si determina all'atto dell'eventuale collasso di queste strutture precarie e che può determinare a valle picchi di portata assai più ingenti di quelli relativi alla ordinaria trasformazione degli afflussi in deflussi.

Un corso d'acqua allo stato naturale, grazie appunto alla potenziale mobilità del fondo e delle sponde, è dunque in grado di determinare, nel corso del tempo e dello spazio, la quota del fondo, la propria larghezza e il percorso planimetrico. L'assetto morfologico fluviale è, difatti, determinato dai numerosi e vari fattori che condizionano l'interazione tra la corrente in transito ed il materiale incoerente che ne costituisce il letto. La capacità di trasporto del fiume, definita come quantità di materiale solido che, se disponibile, può essere appunto trasportata dalla corrente in moto uniforme stazionario, è una funzione della geometria della corrente e della pendenza dell'alveo.

Qualora la capacità di trasporto sia superiore alla quantità di materiale effettivamente in transito attraverso il tronco considerato, si ha erosione. In caso contrario la corrente tende a rilasciare lungo il percorso il materiale in eccesso producendo così depositi in alveo.

È dunque immediato osservare come l'attitudine di un corso d'acqua ad erodere o depositare sedimenti in una certo tronco, sia condizionata, oltre che dalle caratteristiche idrodinamiche locali, dal carico di trasporto solido con il quale la corrente giunge, da monte, nel tratto considerato. Una corrente che, per una qualsiasi ragione, non trovi durante il suo corso materiale solido sufficiente a saturare la propria capacità di trasporto, tenderà ad erodere nei tronchi vallivi non appena il fondo offra disponibilità di materiale. Allo stesso modo un qualsiasi fattore, naturale o antropico, che venga a modificare la quota del fondo a valle del tronco considerato, altera la pendenza a monte mutando così, secondo quanto abbiamo più sopra accennato, la capacità di trasporto della corrente. Questo si traduce nell'attitudine del fiume ad erodere o a sedimentare,

per un tronco a monte la cui lunghezza, a seconda dei casi, può risultare veramente significativa.

Il progetto di una cassa di espansione, per quanto attiene al trasporto solido, deve fare riferimento ad alcuni criteri generali che nel seguito riportiamo. Nella nostra breve descrizione ammetteremo, per semplicità, che l'obiettivo idraulico dell'intervento considerato sia esclusivamente quello della laminazione delle piene, escludendo situazioni particolari in cui si presentino ulteriori esigenze.

2. Attenzione alla morfodinamica locale

Lo studio morfodinamico locale costituisce un aspetto di fondamentale importanza nel progetto di qualsiasi intervento di sistemazione. Si è fatto cenno di come l'erosione ed il deposito di sedimenti, se sufficientemente protratti nello spazio e nel tempo, possano modificare proprio la pendenza e la geometria della sezione trasversale determinando così la capacità di trasporto della corrente. Ne consegue un complesso sistema di retroazioni che, qualora le condizioni al contorno restino immutate per un periodo di tempo sufficientemente lungo, possono far tendere la dinamica del corso d'acqua ad uno stato quasi stazionario. Questo, osservato sulla scala temporale della vita tecnica del progetto in esame, può sovente essere considerato *di equilibrio*. In questo senso la portata solida in ingresso al tronco considerato è pari a quella in uscita e non si ha erosione o deposito.

Altrimenti il corso d'acqua è sede di una dinamica attiva che deve essere attentamente valutata per evitare dissesti o cattivi funzionamenti nel complesso delle opere di laminazione. Lo studio morfodinamico può essere condotto a diversi livelli di approfondimento, attraverso il confronto di sezioni d'alveo, foto aeree, cartografia o altri documenti, relativi a periodi diversi. L'Istituto Geografico Militare, ad esempio, rende disponibili ai tecnici le *tavolette* in diverse edizioni che, sovente, risalgono anche al secolo scorso. Ulteriori documenti possono essere reperiti presso l'Ufficio Cartografico della Regione Toscana, presso gli Uffici Tecnici e gli Archivi Storici dei Comuni e delle Province. Non va trascurato, per quello che riguarda l'Arno, l'Archivio di Stato di Firenze, ricco di cartografia storica di interesse notevolissimo. I rilievi d'alveo relativi a periodi diversi, per quanto attiene l'asta principale, sono disponibili presso il Servizio Idrografico di Pisa (Ministero dei lavori Pubblici, 1962) e la stessa Autorità di Bacino. Sono peraltro reperibili in letteratura diversi lavori sul bilancio sedimentario del fiume. Si veda, tra gli altri, Canuti *et Al.*, 1993, Canuti, e Menduni, 1995, Canuti *et Al.*, (1998). Questo lavoro di foto interpretazione e archivio viene ad integrare rilievi di campo nei quali si verificherà ulteriormente l'eventuale dinamica attiva attraverso classici indicatori quali eventuali fenomeni di erosione o instabilità delle sponde, presenza di barre attive, stato di opere e sistemazioni eventualmente presenti in alveo e lungo le sponde, conformazione della vegetazione riparia. Qualora il corso d'acqua presenti segni di una chiara tendenza all'erosione, al sovralluvionamento o alla divagazione, occorrerà valutare attentamente le caratteristiche del progetto e, eventualmente, prevedere opportune opere di sistemazione.

3. Continuità del trasporto solido

Consideriamo il tronco fluviale complessivamente interessato dalle opere di servizio all'area di laminazione. Si è detto che in condizioni di equilibrio il bilancio tra le portate solide in ingresso al tronco e quelle in uscita deve essere in pareggio. Nel tronco

interessato non vi deve dunque essere accumulo o produzione di trasporto solido. Tutto e solo il carico sedimentario in arrivo a monte dell'opera deve essere pertanto restituito a valle con sfasamenti temporali compatibili con la dinamica fluviale naturale del corso d'acqua. Occorre dunque fissare la scala temporale alla quale effettuare questo bilancio visto che, nei tronchi adiacenti alle aree di laminazione, può essere veramente complesso soddisfare il criterio alla scala del singolo evento di portata. In generale, in assenza di ulteriori valutazioni che si rendessero necessarie, si può scegliere la scala annuale. In questo caso, al momento della redazione del piano di manutenzione dell'opera, si prevederanno le procedure necessarie a verificare e eventualmente movimentare, a scadenze prefissate, il materiale accumulato a monte, per restituirlo, in quest'ultimo caso, a valle dell'opera.

È facile intuire che, con questo tipo di operazione, si rispetta soltanto in parte la dinamica *naturale* del trasporto solido. Questi interventi vanno dunque attentamente valutati, eventualmente con l'ausilio della modellazione numerica o fisica, se l'importanza della situazione lo prevede.

Nel caso di casse in derivazione di una certa importanza, è necessario stimare il carico solido in sospensione rilasciato dalle acque di piena durante gli allagamenti. In particolare è bene valutare la potenziale interferenza del deposito con l'esercizio ordinario dell'area di laminazione e, in particolare, con l'attività agricola.

4. Minimo impatto delle opere sulla dinamica sedimentaria del corso d'acqua

La realizzazione di opere di laminazione delle piene richiede assai spesso la creazione opere trasversali che comportano variazioni locali nella quota del fondo. L'impatto di questo tipo di interventi sulla dinamica d'alveo, anche qualora si tratti di opere di modesta entità, è spesso ingentissimo e talvolta, di difficile previsione. Basti qui ricordare, se ce ne fosse bisogno, le vicissitudini e le discussioni durate secoli e secoli sull'assetto della Chiusa dei Monaci che, attraverso la quota della sua soglia di pietra, ha regolato per un millennio e regola tuttora il rapporto idraulico tra l'Arno e la Chiana con conseguenze economiche, sociali e ambientali notevolissime (si veda, ad esempio, Natoni, 1944). La posizione di briglie destinate, ad esempio, ad ottimizzare le prestazioni di uno sfioratore laterale possono dunque diminuire la pendenza del fondo. Questa, a sua volta, condiziona l'azione di trascinamento della corrente che, nel caso di moto uniforme e stazionario a sezione molto larga, è espressa nella forma

$$\tau_o = \gamma i_f h \quad (1)$$

ove γ è il peso specifico del fluido, i_f è la pendenza del fondo e h la profondità della corrente. È banale mostrare come la diminuzione di pendenza, sotto le stesse ipotesi, e a parità di portata, scabrezza e larghezza dell'alveo, comporta una diminuzione della tensione al fondo che gli è proporzionale secondo un esponente di poco inferiore a uno. Questa, a sua volta, condiziona prima l'inizio del moto per una determinata classe di sedimenti e, superata tale soglia, la capacità di trasporto della corrente.

È dunque evidente come la diminuzione di pendenza determinata da un'opera trasversale possa tradursi in sovralluvionamento, nei tronchi a monte dell'opera e, al contempo, possa diminuire il carico solido nei tronchi vallivi determinandovi una potenziale tendenza all'erosione.

Anche in questo caso è bene verificare attentamente gli effetti delle opere avvalendosi, se necessario, nell'ausilio della modellistica numerica che, almeno in prima approssimazione, è spesso in grado di fornire buoni risultati.

5. Difesa dal materiale flottante

Si è detto degli effetti potenzialmente devastanti dovuti all'interazione del materiale flottante con le strutture in alveo. È evidente come per alcune opere di laminazione, pensiamo ad esempio alle luci delle casse *in linea*, questi fenomeni possano essere vieppiù pericolosi. Oltre difatti alla vegetazione, si riscontrano spesso oggetti galleggianti provenienti da discariche abusive, parti di baracche a servizio, ad esempio di orti in golena, veicoli o rimorchi imprudentemente parcheggiati in aree di pertinenza attiva del fiume. La quantità di moto posseduta dai singoli elementi è, alle volte, tale da mettere in pericolo la sicurezza di qualsiasi opera trasversale. I rimedi di ordine locale sono limitati e di effetto incerto. La creazione di ulteriori punti di ristagno nella corrente quali, ad esempio, quelli determinati da barriere o protezioni poste a monte delle opere, si traduce spesso in ulteriori potenziali pericoli dovuti, ancora, all'arresto del materiale.

I criteri di difesa più indicati, in linea del tutto generale, sono *i*) quelli relativi alla prevenzione attraverso il controllo delle fonti di alimentazione e *ii*) il progetto mirato delle opere in alveo. Si suggerisce allora una estesa indagine a monte per individuare le possibili fonti di alimentazione di questo materiale e discutere il problema in accordo con le Autorità locali e, in particolare, con i tecnici del Genio Civile e dei Comuni.

Per quanto attiene al progetto delle opere, occorre ricordare che il materiale considerato è, appunto, galleggiante. Gli organi di sfioro delle opere trasversali devono dunque presentare sezioni sufficienti al transito di questo tipo di oggetti, si devono evitare supporti che vengono a determinare punti di ristagno sulla sezione trasversale.

6. Cenni alla Modellistica Matematica

6.1 Generalità

Abbiamo visto come i fenomeni di modellazione degli alvei siano dei processi intrinsecamente non stazionari nei quali concorrono fenomeni elementari che si sviluppano a scale temporali molto diverse tra loro. La modellistica matematica si è sostanzialmente sviluppata attorno a quella dei processi di moto vario nei canali a pelo libero.

Come si è visto nel capitolo 3, il moto vario nei corsi d'acqua naturali costituisce, nella sua generalità, un tema di grande interesse tecnico e scientifico. La previsione della propagazione delle onde di piena, la dinamica di sistemi idraulici complessi, quali i delta dei fiumi, la previsione della evoluzione morfologica degli alvei naturali costituiscono soltanto alcuni dei campi applicativi per i quali una affidabile modellazione matematica dei processi di moto vario può fornire indicazioni preziose, a volte indispensabili.

Il problema È stato oggetto di numerosi studi, anche recenti (si vedano, ad esempio, i testi di Stocker, 1957; Whitam, 1974; Mahmood e Yevjevich, 1975; Cunge et Al., 1980; Abbott, 1985; Mignosa, 1997) e si presta a differenti schematizzazioni e vari livelli di complessità di analisi, a seconda del fenomeno che si vuole meglio evidenziare.

Le ragioni che portano allo sviluppo di un modello matematico possono, difatti, essere assai diverse tra loro. Un modello, ad esempio, può nascere dall'esigenza dettata dalla soluzione di uno ed un solo specifico problema tecnico. Altrimenti si può pensare di utilizzare la modellazione matematica per una analisi più generale o, ancora, con l'intento di approfondire la conoscenza di un fenomeno che in natura si presenta particolarmente complesso e realizzare così una sorta di laboratorio numerico.

Nel primo caso l'attenzione del ricercatore è volta principalmente ai risultati, intendendo con essi degli affidabili valori numerici sui quali basare il progetto di una struttura, di una infrastruttura o la scelta di una regola gestionale.

Seguendo questo approccio, la filosofia che sta alla base della struttura del modello può passare in secondo piano. Si può dunque ricorrere ad estrapolazioni basate su progetti già eseguiti, oppure a formule di origine prevalentemente empirica, o ancora a modelli di tipo sistemico a scatola chiusa. Questi ultimi, per definizione, ignorano la fisica del fenomeno, avendo l'esplicito scopo di riprodurre essenzialmente la fenomenologia.

Tutti questi approcci, almeno in linea di principio, sono in grado di fornire i valori numerici desiderati e si rivelano praticamente insostituibili quando una impostazione del problema su base fisica risulta, allo stato delle conoscenze, impossibile o troppo dispendiosa; o ancora, quando essa richiede dati non del tutto disponibili.

6.2 L'impostazione Meccanica del Problema

Una analisi più generale, che consenta la descrizione di una o più classi di processi, richiede sempre una impostazione più vicina alla fisica del problema e, dunque, un approccio di tipo *meccanico*. Con questa locuzione si intende che il sistema differenziale che costituisce il modello è derivato dalla combinazione delle classiche equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto che governano i problemi della meccanica, particolarizzate per il caso in esame.

Il modello di un alveo fluviale che si evolve nel tempo richiede la descrizione del moto di acqua e sedimenti che possono essere sottratti al fondo, trasportati al fondo oppure in seno alla corrente, e nuovamente depositati a seconda delle condizioni locali. Il processo dunque involve un moto bifase nel quale i diversi processi elementari relativi alla mutua interazione tra l'acqua e le particelle solide si combinano tra loro dando luogo al trasporto di solido e liquido nelle diverse sezioni trasversali del canale.

6.3 Il Problema del Moto non Stazionario della Fase Liquida

Il problema, come abbiamo più sopra accennato, viene comunemente impostato facendo riferimento a variabili definite su ciascuna sezione di una corrente monodimensionale in moto vario. Queste, in analogia con le *travi* studiate in ingegneria strutturale, possono essere paragonate alle *caratteristiche della sollecitazione* nelle diverse sezioni trasversali di una trave. Tutti i parametri che concorrono alla descrizione del fenomeno e, dunque, profondità della corrente, quota del fondo, area della sezione trasversale, portata liquida e portata solida, sono funzione del tempo t e di un'unica ascissa x misurata lungo l'asse del canale. Per la trattazione di tale problema si rinvia al capitolo 3.

6.4 L'evoluzione del fondo

La formulazione classica dei modelli evolutivi del fondo vuole che al sistema di De Saint Venant venga accoppiata una equazione che descriva le variazioni nella quota del fondo in relazione alle caratteristiche della corrente. Questa viene formulata esprimendo la conservazione della massa dei sedimenti. In sostanza si lega il flusso netto di massa solida attraverso un opportuno volume di controllo, con la variazione della quantità di sedimenti immagazzinati nel volume stesso e, dunque, con la variazione di quota del fondo. La relazione, sempre con riferimento ad una sezione rettangolare, assume la forma

$$(1 - p) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}(cUY) + \frac{\partial}{\partial t}(cY) = 0 \quad (2)$$

Ove

$$c = \frac{q}{UY} \quad (3)$$

è la *concentrazione* dei sedimenti espressa come rapporto tra la portata solida volumetrica, riferita all'unità di larghezza del canale, q e quella liquida UY e p è la porosità dell'ammasso granulare espressa come rapporto tra il volume dei vuoti e quello totale dell'ammasso sedimentario.

Il legame tra il sistema di De Saint Venant e l'equazione del fondo è fornito dalla relazione

$$q = q(U, Y, D) \quad (4)$$

che esprime la capacità di trasporto solido della corrente in funzione dei parametri locali del moto. Si può dunque comprendere facilmente come la formulazione utilizzata nel calcolo della portata solida sia essenziale, per una corretta impostazione del problema.

Sul problema della determinazione della capacità di trasporto di una corrente liquida esiste una vasta letteratura (si veda, ad esempio, Vanoni, 1980). Malgrado ciò, allo stato attuale delle conoscenze, si può affermare che la questione presenta numerosi aspetti, anche fondamentali, tuttora aperti.

Il primo aspetto da considerare è quello della possibilità *tout court* per una corrente di mobilitare i sedimenti del fondo. Si tratta, in sostanza, di valutare qual è la minima tensione tangenziale che la corrente deve esercitare sul fondo affinché si abbia movimento di una massa di sedimenti statisticamente significativa ai fini dell'evoluzione morfologica dell'alveo.

Oltre ai classici testi specializzati (Leliavsky, 1954; Graf, 1981; Yalin, 1971) è possibile trovare utili indicazioni sui criteri di inizio del moto di sedimenti incoerenti in Armanini e Scotton, 1996. È d'uso, nello studio del trasporto solido, esprimere l'azione di trascinamento in forma adimensionale nella forma

$$\theta = \frac{\tau_o}{\gamma \Delta D} \quad (5)$$

ove D è il diametro caratteristico dei sedimenti e

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \quad (6)$$

è la densità dei sedimenti ρ_s relativa a quella dell'acqua. θ è detto spesso *parametro di mobilità*.

Shields, nel 1936, mostrò che tale sforzo adimensionale può essere correlato con un numero di Reynolds ottenuto combinando la velocità di attrito

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \quad (7)$$

con il diametro caratteristico dei sedimenti D e la viscosità del fluido nella forma

$$\text{Re}_* = \frac{u_* D}{\nu} \quad (8)$$

Il risultato

$$\theta_c = \theta_c(\text{Re}_{*c}), \quad (9)$$

presentato graficamente, è il notissimo abaco per la stima dell'inizio del moto di sedimenti incoerenti. Val la pena di ricordare che questo classico strumento è stato recentemente e più volte criticato in letteratura, essenzialmente per quanto attiene al ramo *iperbolico* riferito ai bassi numeri di Reynolds (si veda, per una rassegna, Pilotti, M. e Menduni, G, 1996). Nella pratica, volendo stimare la tensione critica al fondo in una corrente naturale, pare dunque lecito riferirsi ad un unico valore costante di riferimento, ad esempio

$$\theta_c = 0.057 \quad (10)$$

Una volta accertata la possibilità di movimento dei granuli occorre stabilire se questo resta confinato in uno strato adiacente al fondo (*trasporto di fondo*) oppure se interessa l'intera profondità della corrente (*trasporto in sospensione*).

Tra le formule per il calcolo del trasporto solido al fondo è tutt'oggi assai diffusa quella di Meyer-Peter e Muller (1948), ricavata sulla base di un gran numero di prove sperimentali svolte presso l'*ETH* di Zurigo. La formula può essere scritta in forma adimensionale come

$$\Phi = 8(\theta - \theta_c)^{1.5}, \quad (11)$$

ove

$$\Phi = \frac{q_b}{D \sqrt{g \Delta D}}. \quad (12)$$

In questo caso q_b è la portata solida volumetrica al fondo e g l'accelerazione di gravità. La formula, nella sua versione originale, poneva

$$\theta_c = 0.057 \quad (13)$$

e fu tarata per materiali relativamente grossolani, da 400 μ a 29 mm, per la comune pratica di laboratorio. In genere è raccomandata per corsi d'acqua ghiaiosi con pendenze fino al 2 – 3%. Oltre tale soglia si ha una tendenza alla sottostima della portata.

Per ulteriori formule ed un'analisi comparata dei relativi campi di applicazione si può consultare, ad esempio, il recente manuale di Armanini (1999).

Può avere inoltre notevole importanza la valutazione del trasporto differenziato delle diverse classi granulometriche che compongono il fondo. Un altro aspetto non del tutto trascurabile può essere quello della coesività dei sedimenti che tuttavia, assai spesso viene ignorata. (Armanini e di Silvio, 1985, 1986, 1988).

La Resistenza al Moto

La determinazione della resistenza al moto per una corrente stazionaria con trasporto solido costituisce un problema di notevole complessità. Ciò, oltre all'evidente scambio di quantità di moto tra l'acqua ed i sedimenti, è dovuto al fatto che il fondo incoerente, sotto l'azione della tensione tangenziale esercitata dalla corrente, tende a deformarsi assumendo particolari configurazioni a struttura geometricamente periodica. Tali configurazioni, *ripples*, *dune*, *antidune*, possono svolgere un ruolo del tutto primario nella dissipazione energetica, aggiungendo una resistenza *di forma* al quella dovuta esclusivamente alla scabrezza propria dei granuli. Le loro caratteristiche, dimensioni e velocità di propagazione dipendono, ovviamente, dallo stato della corrente che mostra dunque caratteristiche di resistenza assai variabili. La determinazione del coefficiente di conduttanza di Chézy, in forma adimensionale,

$$C = \frac{U}{\sqrt{gRi_f}} \quad (14)$$

ove R è il raggio idraulico della corrente e i_f la pendenza media del fondo, diventa dunque tutt'altro che banale e richiede attente valutazioni (si veda Yalin, 1972, Graf, 1971, e, ancora, Marchi e Rubatta, 1981). Anche la resistenza al moto di letti granulari piani, tuttavia, presenta aspetti dinamici di notevole interesse (Becchi, 1978).

In generale si assume che lo sforzo tangenziale al fondo, in condizioni di moto uniforme e stazionario, sia dato dalla somma

$$\tau = \tau' + \tau'' \quad (15)$$

di una quota parte dovuta alla resistenza prodotta dai granuli ed una relativa allo sforzo generato da forme di fondo quali *ripples*, dune e antidune.

Questa relazione si può riscrivere immediatamente in termini di coefficiente di resistenza di Darcy-Weisbach

$$f = f' + f'' \quad (16)$$

o di Chézy

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C''} \quad (17)$$

Per la resistenza dovuta ai grani si può usare una classica espressione logaritmica del tipo

$$C = A \ln X + B \quad (18)$$

ove A e B sono costanti e X è una funzione della scabrezza relativa intesa come rapporto tra una dimensione caratteristica della corrente, raggio idraulico o profondità, e una dimensione di scabrezza equivalente, ad esempio un diametro caratteristico del sedimento di fondo. Ad esempio Marchi (1961) propone

$$C = 5.75 \ln f \frac{13.3 R}{\varepsilon} \quad (19)$$

ove f è un fattore che dipende dalla forma della sezione, R il raggio idraulico e ε una dimensione di scabrezza omogenea equivalente. Il coefficiente f , per la sezione rettangolare molto larga, assume il valore 0.80.

Per la resistenza di forma resta fondamentale l'approccio di Engelund (1966) che esprime la perdita di carico a valle delle dune secondo uno schema alla Borda, considerando il brusco allargamento a valle di ciascuna cresta. Si può dunque scrivere

$$\tau'' = \alpha_D \rho \frac{U^2}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \frac{H}{L} \quad (20)$$

Per ulteriori approfondimenti si consigliano ancora, ad esempio, i manuali di Yalin (1971), Marchi e Rubatta, (1981) e Armanini, (1999).

Il problema si complica alquanto in condizioni di moto vario, se i tempi caratteristici dell'idrogramma sono di gran lunga inferiori a quelli dei transitori del fondo, necessari alla costruzione e/o alla distruzione delle forme di fondo. In questo caso può accadere che lo stato del fondo e, dunque, la resistenza al moto, non sia in equilibrio con lo stato della corrente ma risulti sfasato rispetto ad esso di un certo tempo (Lamberti et Al., 1987).

Cenni sul Modello a tre Equazioni

Come più sopra accennato, si tratta della struttura più nota per l'analisi dell'evoluzione morfologica degli alvei. Le tre equazioni differenziali, come abbiamo visto, sono quelle relative alla conservazione della massa per le fasi liquida e solida e per la conservazione della quantità di moto per la fase liquida. Ad esse vanno aggiunte le due relazioni algebriche che consentono di determinare la pendenza di attrito e la capacità di trasporto dei sedimenti in funzione dello stato della corrente in atto (De Vries, 1965; Cunge e Perdreau, 1973; Cunge et Al., 1980).

I modelli numerici realizzati sulla base delle equazioni più sopra ricordate, consentono alcune semplificazioni da definire tenendo conto del particolare problema considerato. Se consideriamo, ad esempio, che il transitorio dell'evoluzione del fondo avvenga su scale temporali di gran lunga maggiori di quello della fase liquida, è possibile *disaccoppiare* le equazioni (Cunge, 1989). Si tratta di operare, per ogni passo temporale di integrazione, dapprima la risoluzione simultanea delle equazioni relative alla fase liquida. Le relative soluzioni, in termini di velocità e quota dell'acqua, sono poi utilizzate per integrare l'equazione di conservazione della massa solida e determinare così la variazione della quota del fondo. Va segnalato che sono disponibili numerosi

modelli di questo tipo che, tuttavia, richiedono grande cautela nel definire l'ammissibilità delle ipotesi rispetto ai casi in esame.

Altri approcci, detti *quasi stazionari*, trascurano invece la variazione della portata lungo il tratto in esame e le variazioni temporali di tutte le variabili tranne la quota del fondo (Ponce et Al., 1979). Le equazioni della fase liquida diventano così del tutto identiche a quelle di moto permanente. La scala temporale del modello diventa allora quella dei transitori del fondo mentre quelli della fase liquida vengono assunti come praticamente istantanei.

Riferimenti Bibliografici

Abbot, M.B., *Computational Hydraulics*, Pitman, (1985).

Agnelli, A., Billi, P., Canuti, P., Rinaldi, M., *Dinamica morfologica recente dell'alveo del fiume Arno*, Pacini Editore, Pub. GNDICI, n. 1739, (1998).

Armanini, A. *Le opere di difesa e sistemazione montana: sicurezza idraulica e impatto ambientale*. Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Trento.

Armanini, A., *Appunti dalle lezioni del Corso di Sistemazione dei Bacini Montani e Conservazione del Suolo*. Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Trento.

Armanini, A., Di Silvio, G., *A one dimensional model for the transport of a sediment mixture in nonequilibrium conditions*, Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol.26, No. 3, 27~291, (1988).

Armanini, A., Di Silvio, G., *Sulla non stazionarietà del trasporto solido nei corsi d'acqua*, Atti Seminario su Modelli dei Fenomeni Idraulico fluviali, Bologna, 211-221, (1986).

Armanini, A., Scotton, P., *Criteri di dimensionamento e di verifica delle stabilizzazioni di alveo e di sponda con massi sciolti e massi legati* in Moderni criteri di sistemazione degli alvei fluviali, atti del corso di aggiornamento. A. Brath e U. Maione Editors, Editoriale Bios, Cosenza, (1995).

Armanini, A., *Principi di idraulica fluviale*, prima edizione, Editoriale Bios, Cosenza, (1999).

Bartnik, W., *Determination of the critical conditions of incipient motion of bed-load in mountain rivers*. Fluvial Hydraulics of Mountain Regions, Springer-Verlag, (1991).

Becchi, I., *Sulla scabrezza dei letti granulari piani*, L'energia elettrica, Vol. LX, 11, (1978).

Canuti, P., Menduni, G., *Studio sull'asta fluviale dell'Arno da Rignano alla confluenza con la Pesa*, Relazione Finale dello studio compiuto per conto della Provincia di Firenze, (1995).

Canuti, P., Menduni, G., Rinaldi, M. *Osservazioni Preliminari sulla Dinamica Morfologica dell'Arno nel Tratto Compreso tra Figline e Rignano tra il 1935 ed il 1987*, Studi di Geologia Applicata e Geologia dell'Ambiente, N. 28, Firenze, Maggio (1993).

- Cunge, J.A., Holly, F.M., Verwey, A., *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*, Pitman, (1980).
- Cunge, J.A., Perderau, N., *Mobile bed fluvial mathematical models*, La Houille Blanche, 7, 561-580, (1973).
- Cunge, J.A., *Review of recent developments in river modeling*, in Falconer et Al. (Editors), *Hydraulic and environmental modeling of Coastal, Estuarine and river waters*, De Vries, M. *Considerations about nonsteady bed load transport in open channels*, Proceedings IAHR Congress, Paper 3.8, Leningrad, (1965).
- Garniga, E., Peterlini, M. *Problemi idraulici ed ambientali delle opere di protezione in scogliera*. Tesi di Laurea, Corso di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio, Facoltà di Ingegneria, Università di Trento, A.A. 1992-1993.
- Ghetti, A., *Idraulica*. Edizioni Libreria Cortina, Padova, (1977).
- Graf, W. H. *Hydraulics of Sediment Transport*. Water Resources Publications, Littleton, Colorado. (1984).
- Graf, W. H. *Flow resistance over gravel bed: its consequence on initial sediment movements*. Fluvial Hydraulics of Mountain Regions, Springer-Verlag, (1991).
- Graf, W. H., Cao, H. H., L. Suszka. *Hydraulic of steep, Mobilebed Channels*. Proc. XXI Congress, Int. Ass. Hydr. Res., Melbourne, Australia. (1983).
- Lamberti, A., Menduni, G., *A mathematical model for Simulation of Loose Granular Bed Response to Varying Discharges*, Excerpta, Vol. 2, 63-79, (1987).
- Leliavsky, S. *An Introduction to Fluid Hydraulics*, Crenstable LTD, (1955).
- Lane, E. W., *Design of Stable Channels*. Trans. ASCE, Vol 120, pag 12-34. (1953).
- Mahmood, K. Yevjevich, V. (Editors), *Unsteady flow in open channels*, Water Resources Publications, Fort Collins, (1975).
- Marchi E., Rubatta A. *Meccanica dei Fluidi – Principi e Applicazioni idrauliche*, UTET, Torino, (1981).
- Meyer Peter, E., Muller, R., *Formulas for bed load transport*, Proc. 2nd meeting IAHSR, Stockholm, Sweden, (1948).
- Mignosa P. *Compatibilità dell'estrazione di inerti con l'assetto morfologico di corsi d'acqua*. In La difesa idraulica del territorio. Atti del corso di aggiornamento, U. Maione e A. Brath editors. Editoriale Bios, Cosenza, (1997).
- Marchi, E., *L'energia elettrica*, Vol. XXXVIII, nn. 4 e 5, (1961).
- Ministero dei Lavori Pubblici - Servizio Idrografico, *Rilievo dei Corsi d'Acqua*, Pubblicazione N. 23 del Servizio, Roma, (1962).
- Natoni, E., *Le piene dell'Arno e i provvedimenti a difesa*, Felice Le Monnier, Firenze, (1944).
- Pilotti, M. Menduni, G. *Analysis of the inception of sediment transport of incoherent grains in shallow shear flows*, University of Brescia, Technical Report N. 17, 1996, Department of Civil Engineering, Paper submitted for publication to Journal of IAHR.

Ponce, V.M., Garda, J.L., Simons, D.B., Modeling Alluvial Channel Bed Transients ASCE J. of Hydr. Eng., Vol. 105, No. HY3, 24-256, (1989).

Schoklitsch, A., *Handbuch des Wasserbaues*. 3dt ed., Springerverlag, Vienna. (1962).

Shields, A., *Anwendung der Aehnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung*. Mifteil., PVWES, Berlin. (1936).

Simons, D. B., *Theory and design of stable channels in alluvial material*. Department of Civil Engineering, Colorado State University, Fort Collins, (1967).

Stoker, J., *Water waves*, Wiley Interscience, (1957).

Vanoni, V.A., *Ffty years of sedimentation*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 110, No. 8, 10-1057

Whitham, G.B., *Linear and non linear waves*, J. Wiley & Sons, (1974)

Yalin, M. 5., *Mechanics of Sediment Transport*, Pergamon Press, Oxford, (1972)